پاسخنامه تشریحی

۱

$$\beta = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰} \quad ۷۰ = ۱۰ \log \frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \quad I = ۱۰^{-۵} W/m^۲$$

۲

$$\beta = ۱۰ \log \frac{I}{I_۰} \qquad \beta = ۱۰ \log \frac{۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۱۲}} = ۶۰ dB$$

۳

الف طول موج B بزرگ‌تر از A،

ب بسامد A بزرگ‌تر از B است.

۴

$$\Delta\beta = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \qquad \Delta\beta = ۱۰ \log ۲$$

$$\Delta\beta = ۱۰ \times ۰/۳ = ۳db$$

۵ شکل (۱). (در بازتاب از انتهای ثابت تکیه‌گاه، موج نسبت به محورهای افقی و عمودی قرینه می‌شود.)

۶ میزان کشیدگی اولیهٔ فنر همان دامنهٔ نوسان است. همچنین نوسانگر برای اولین بار در $t = \frac{T}{۴}$ از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند.

$$\frac{T}{۴} = ۰/۲۵ \Rightarrow T = ۱s$$

$$x = A\cos(\frac{۲\pi}{T})t \Rightarrow x = ۰/۱ \cos ۲\pi t$$

۷

الف متحرک در $t_۱$ برای دومین بار از $-۳\sqrt{۳}$ عبور می‌کند؛ پس:

$$-۳\sqrt{۳}cm = (۶cm)\cos((\frac{\pi}{۲}\ \frac{rad}{s})t)$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{۳}}{۲} = \cos((\frac{\pi}{۲}\ \frac{rad}{s})t) \Rightarrow \frac{\pi}{۲}t_۱ = \begin{cases} \frac{۵}{۶}\pi \\ \frac{۷}{۶}\pi \end{cases}$$

وقتی $\frac{\pi}{۲}t_۱ = \frac{۵}{۶}\pi$ است، متحرک برای اولین بار و وقتی $\frac{\pi}{۲}t_۱ = \frac{۷}{۶}\pi$ است، متحرک برای دومین بار از $-۳\sqrt{۳}cm$ عبور کرده است.

$$\frac{\pi}{۲}t_۱ = \frac{۷}{۶}\pi \Rightarrow t_۱ = \frac{۷}{۳}s$$

حال مقدار $t_۱ + \frac{T}{۴}$ را به دست می‌آوریم:

$$t_۱ + \frac{T}{۴} = \frac{۷}{۳}s + \frac{۴}{۴}s = \frac{۷}{۳}s + ۱s = \frac{۱۰}{۳}s$$

$$\Rightarrow x = ۰/۰۶(\cos(\frac{\pi}{۲}\ \frac{rad}{s}(\frac{۱۰}{۳}s))$$

$$= ۰/۰۶ \cos(\frac{۵}{۳}\pi rad) = \frac{۰/۰۶}{۲}m = ۰/۰۳m$$

ب مدت زمان یک نوسان برابر با دورهٔ تناوب است؛ پس برای اینکه بفهمیم چند نوسان صورت گرفته است، باید $۳۰s$ را تقسیم بر دورهٔ تناوب یعنی $۴s$ کنیم:

تعداد نوسان‌ها: $\frac{۳۰s}{۴s} = ۷/۵$

۸ کافی است در دو لحظهٔ داده‌شده، مکان‌های نوسانگر را به دست آوریم و سپس از هم کم کنیم:

$$t_1 = \frac{1}{60}s \Rightarrow x_1 = 0/4\cos(20\pi \times \frac{1}{60}) = 0/4\cos\frac{\pi}{3} \xrightarrow{\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}} x_1 = 0/2m$$

$$t_2 = \frac{1}{20}s \Rightarrow x_2 = 0/4\cos(20\pi \times \frac{1}{20}) = 0/4\cos\pi \xrightarrow{\cos\pi=-1} x_2 = -0/4m$$

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| \Rightarrow |\Delta x| = |-0/4 - 0/2| = 0/6m$$

۹ گام اول: با توجه به اینکه جسمی به جرم $1kg$ به انتهای فنر آویزان کرده‌ایم و فنر $5cm$ کشیده شده است، ثابت فنر برابر است با:

$$F_e = W \Rightarrow kx = mg$$

$$\Rightarrow k \times (0/05m) = (1kg)(10\frac{N}{kg})$$

$$\Rightarrow k = \frac{10N}{0/05m} = 200\frac{N}{m}$$

گام دوم: وقتی به این فنر جرم ۲ کیلوگرمی را وصل می‌کنیم، براساس رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بسامد زاویه برابر می‌شود با:

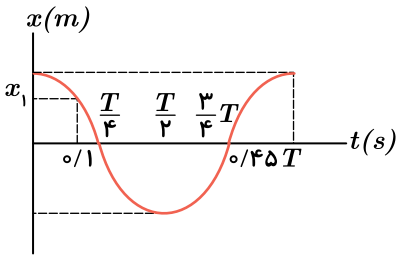
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200\frac{N}{m}}{2kg}} = \sqrt{100}\frac{rad}{s} = 10\frac{rad}{s}$$

گام سوم: بنابراین معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر که $10cm$ روی سطح افقی کشیده شده است، در SI به‌صورت زیر می‌شود:

$$A = 10cm = 0/1m \Rightarrow x(t) = A\cos\omega t = 0/1\cos 10t$$

۱۰

الف گام اول: با توجه به نمودار زیر می‌فهمیم که $\frac{3}{4}T = 0/45s$ است؛ پس:



$$\frac{3}{4}T = 0/45s$$

$$\Rightarrow T = \frac{0/45s \times 4}{3} = 0/6s$$

$$\Rightarrow T = 0/6s$$

گام دوم: براساس رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0/6s = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{0/8kg}{k}}$$

$$\Rightarrow 0/1s = \sqrt{\frac{0/8kg}{k}} \Rightarrow 0/01s^2 = \frac{0/8kg}{k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{0/8}{0/01}\frac{N}{m} \Rightarrow k = 80\frac{N}{m}$$

ب اندازهٔ شتاب نوسانگر برابر با $|a| = |\frac{F}{m}|$ است که در آن $F = kx$ است؛ پس:

$$|a| = |\frac{F}{m}| \Rightarrow 1/2\frac{m}{s^2} = |\frac{80 \times x_1}{0/8kg}|$$

$$\Rightarrow x_1 = 1/2 \times 10^{-2}m$$

معادلهٔ نوسانگر به‌صورت $x = A\cos(\frac{2\pi}{T}t)$ است؛ پس:

$$x_1 = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1) \Rightarrow 1/2cm = A\cos(\frac{2\pi}{0/6} \times 0/1)$$

$$\Rightarrow 1/2cm = A \times \frac{1}{2} \Rightarrow A = 2/4cm = 0/024$$

$$\Rightarrow x(t) = 0/024\cos(\frac{10\pi}{3}t)$$

۱۱ الف) به‌طور کلی اگر دورهٔ تناوب یک ساعت آونگ‌دار (با آونگ ساده) بزرگ‌تر شود، ساعت عقب می‌افتد و اگر دورهٔ تناوب آن کوچک‌تر شود، ساعت جلو می‌افتد.

طبق رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، با کاهش شتاب گرانشی g، دورهٔ تناوب بزرگ‌تر شده و ساعت عقب می‌افتد.

ابتدا دورهٔ تناوب آونگ در شهر B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{g_A}{g_B}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{۹/۸}{۹/۶}} = ۱/۰۱ \xrightarrow{T_A = ۱s} T_B = ۱/۰۱s$$

یعنی در هر $۱/۰۱s$، آونگ در شهر B به اندازهٔ $۰/۰۱s$ عقب می‌افتد. بنابراین در یک شبانه‌روز داریم:

$$\begin{array}{c|c} ۱/۰۱s & ۰/۰۱s \\ \hline ۲۴h & x \end{array} \Rightarrow x = \frac{۲۴h \times ۰/۰۱}{۱/۰۱} \simeq ۰/۲۴h \xrightarrow{\times ۶۰} ۱۴/۴min$$

بنابراین در شهر جدید ساعت در مدت یک شبانه‌روز ۱۴/۴ دقیقه عقب می‌افتد.

---

۱۲ در قدم اول تندی موج را با همان رابطهٔ گفته‌شده به دست می‌آوریم، سپس از رابطهٔ تندی که در فصل اول خواندیم استفاده کرده و مدت زمان را به دست می‌آوریم.

$$v = \lambda f \Rightarrow v = ۰/۸ \times ۵۰ = ۴۰\frac{m}{s}$$

$$v = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{v} = \frac{۲۴}{۴۰} = ۰/۶s$$

---

۱۳ رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی، برحسب نیرو، چگالی و سطح مقطع طناب، به‌صورت $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ نوشته می‌شود فقط دقت کنید که یکای SI چگالی و سطح مقطع باید در رابطه قرار بگیرد. در این صورت داریم:

$$\rho = ۸\frac{g}{cm^۳} = ۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳} \ , \ A = ۱۰mm^۲ = ۱۰ \times ۱۰^{-۶}m^۲$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow ۴۰ = \sqrt{\frac{F}{۸۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶}}} \Rightarrow ۱۶۰۰ = \frac{F}{۸ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow F = ۱۲۸N$$

---

۱۴ با تغییر مایع، ضریب شکست مایع افزایش می‌یابد؛ یعنی $n_۱ < n'_۱$ می‌شود. با توجه به این موضوع و قانون شکست اسنل $\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{n_۱}{n_۲}$ می‌فهمیم که با افزایش یافتن ضریب شکست محیط اول ($n_۱ \to n'_۱$) و ثابت ماندن زاویهٔ تابش ($\theta_۱$)، مقدار زاویهٔ شکست افزایش می‌یابد.

---

۱۵ برای حل، مسیر پرتوهای نوری که از هر حیوان به چشم حیوان دیگر می‌رسد، را ترسیم کنیم. در رسم پرتوها، دقت داشته باشید که با عبور نور از محیط آب به هوا، به علت افزایش سرعت پرتوهای نور از عمود دور می‌شوند.

همچنین پرتوهایی که از هوا وارد آب می‌شوند به دلیل کاهش تندی، به خط عمود نزدیک می‌شوند. با این توضیحات به سراغ رسم پرتوها می‌رویم: ابتدا پرتوهایی که از مرغ ماهی‌خوار به ماهی می‌رسد:

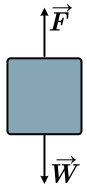
پرتوهای نور بازتاب‌شده از بدن مرغ، در سطح آب شکسته می‌شوند، اما به علت اینکه ماهی عادت دارد مسیر پرتو نور را خطی راست در نظر بگیرد، تصور می‌کند که مرغ ماهی‌خوار در محل نقطه‌چین حضور دارد و آن را بالاتر از محل واقعی خود می‌بیند. حال ببینیم که ماهی در کجا دیده می‌شود:

با توجه به شکل، مرغ ماهی‌خوار نیز ماهی را بالاتر از عمق واقعی آن می‌بیند.

۱۶

الف در نقاط $x = ۳۶cm$ و $x = ۴۵cm$ گره تشکیل می‌شود. می‌دانیم فاصلهٔ بین دو گره متوالی نصف طول موج است؛ بنابراین اگر بخواهیم بزرگ‌ترین طول موج ممکن را به دست آوریم، باید فرض کنیم که بین این دو نقطه گره دیگری وجود ندارد، یعنی این دو گره را متوالی در نظر بگیریم:

$$\Delta x = \frac{۳}{۲}\lambda \Rightarrow ۴۵cm - ۳۶cm = \frac{\lambda}{۲} \Rightarrow ۹cm = \frac{\lambda}{۲} \Rightarrow \lambda = ۱۸cm$$



ابتدا تندی انتشار موج در سیم را به دست می‌آوریم؛ برای این کار باید نیروی کشش سیم و جرم واحد طول آن را داشته باشیم. نیروی کشش سیم با وزن وزنهٔ ۱۰ کیلوگرمی برابر است، زیرا:

$$F - W = \cancel{ma}^{\,0} \Rightarrow F = W = mg = (10kg)(10\frac{N}{kg}) = 100N$$

جرم واحد طول سیم نیز برابر است با:

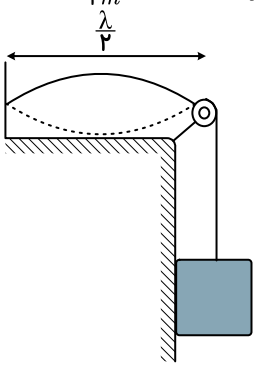
$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{25 \times 10^{-4}kg}{1m} = 25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}$$

حالا داریم:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 1m}\sqrt{\frac{100N}{25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}}}$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{1}{2m} \times (2 \times 10^2\frac{m}{s}) = 1 \times 10^2 Hz = 100Hz$$

اما طول موج برابر است با:



$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1m = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2m$$

ب اگر بخواهیم در حالت جدید با همان بسامد $f = 100Hz$ هماهنگ دوم در سیم ایجاد شود، باید با تغییر کشش سیم تندی انتشار موج را تغییر دهیم؛ یعنی:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{f_2=100Hz} 100Hz = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \times 1m}\sqrt{\frac{F'}{25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}}}$$

$$100\frac{m}{s} = \sqrt{\frac{F'}{25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}}} \Rightarrow (100\frac{m}{s})^2 = \frac{F'}{25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}}$$

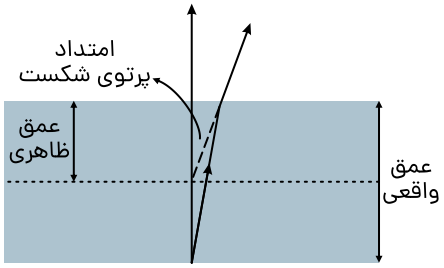
$$F' = (100\frac{m}{s})^2 \times (25 \times 10^{-4}\frac{kg}{m}) = 25N$$

برای آنکه سیم تحت این کشش باشد، باید وزن وزنه این نیروی کشش را تأمین کند، یعنی:

$$\begin{cases} W' = m'g \\ F' = W' \end{cases} \Rightarrow F' = m'g \Rightarrow 25N = m' \times 10\frac{N}{kg} \Rightarrow m' = 2/5kg$$

یعنی باید $10kg - 2/5kg = 7/5kg$ از جرم وزنهٔ آویزان‌شده را کاهش دهیم.

۱۸



پرتویی که از انتهای استخر می‌تابد، هنگام ورود به هوا دچار شکست می‌شود و سپس به چشم ما می‌رسد. از آنجایی که امتداد پرتوی شکست بالاتر از محل واقعی تابش پرتو قرار دارد؛ ما کف استخر را بالاتر می‌بینیم.

۱۹ مراحل پاسخ:

۱) در ابتدا بسامد زاویه‌ای و دورهٔ نوسان را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \\ a = -\pi^2 x \end{cases} \rightarrow \omega^2 = \pi^2 \rightarrow \omega = \pi \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2s}$$

۲) حال کافی است که بررسی کنیم Δt موردنظر، چه کسری از دورهٔ نوسان است. یعنی:

$$\Delta t = \frac{۱}{۳}s \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{T}{۶}}$$

۳) می‌دانیم در مدت زمان معین و ثابت $\Delta t = \frac{۱}{۳}s$ ، هرچه جابه‌جایی طی‌شده بیشتر باشد، سرعت متوسط متحرک نیز بیشتر است و نیز می‌دانیم سرعت متحرک در مرکز نوسان بیشینه است.

پس بهترین وضعیت برای داشتن Δx بیشینه این است که از کل مدت $\frac{۱}{۳}$ ثانیه، $\frac{۱}{۶}$ ثانیه (معادل $\frac{T}{۱۲}$) را در یک طرف مرکز نوسان و ($\frac{T}{۱۲}$) یا $\frac{۱}{۶}$ ثانیهٔ دیگر را در طرف دیگر مرکز نوسان طی مسیر نماید. از طرفی می‌دانیم از $x = \pm\frac{A}{۲}$ تا مرکز نوسان $\frac{T}{۱۲}$ طول می‌کشد: بنابراین:

$$\Delta x_{\max} = \frac{A}{۲} - (-\frac{A}{۲}) = \frac{A}{۲} + \frac{A}{۲} = A = ۰/۱\ m$$

$$(v_{av})_{\max} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰/۱\ m}{\frac{۱}{۳}s} = ۰/۳\ m/s$$

به‌طور کلی در سؤال‌هایی که بیشینهٔ جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکی‌های مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در این‌صورت داریم:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{۶} \\ |\Delta x_{max}| = A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{۴} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۲}A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{۳} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۳}A \end{cases}$$

۲۰ کاهش می‌یابد.